

# Modélisation du transfert de chaleur entre un obstacle en mouvement hélicoïdal et un fluide visqueux en écoulement confiné

A. GHEZAL, B. PORTERIE et J. C. LORAUD

I.U.S.T.I., Systèmes Energétiques et Transferts Thermiques (URA CNRS 1168), Université de Provence, Centre Saint Jérôme, 13397 Marseille Cedex 13, France

(Reçu le 15 Juin 1990 et sous forme finale le 15 Mars 1991)

**Résumé**—On étudie le transfert thermique entre un corps cylindro-conique en mouvement hélicoïdal suivant l'axe d'une conduite cylindrique et le fluide s'y écoulant à contre-sens. Un schéma ADI est appliqué pour la résolution de l'équation de la conduction à l'intérieur du solide. Les champs dynamique et thermique de l'écoulement sont déterminés par une méthode implicite aux différences finies du type Crank–Nicolson. L'écoulement s'effectue à  $Re = 250$  et  $Pr = 0,7$ . Les propriétés physiques du fluide sont supposées constantes. L'influence du champ dynamique sur le transfert thermique entre le fluide et le solide est étudiée en fonction de la vitesse de ce dernier. L'approche asymptotique des solutions correspondant à des valeurs du rapport  $K$  de la conductivité thermique du solide à celle du fluide de  $10^3$  et  $10^{-2}$  vers les cas classiques de température et de flux constants à la paroi de l'obstacle est discutée. Les résultats obtenus sont en bon accord avec d'autres travaux numériques et expérimentaux.

## 1. INTRODUCTION

L'INTÉRÊT PORTÉ à la connaissance des phénomènes se produisant lors de l'établissement du régime dynamique d'un écoulement confiné entre un obstacle mobile (translation–rotation) et une paroi fixe n'est pas nouveau. Néanmoins, l'influence du champ dynamique sur le champ thermique, qui se manifeste lorsque l'obstacle est à une température différente de celle du fluide environnant est un problème qui demeure d'actualité, ainsi qu'en témoignent de nombreux travaux récents [1–3].

La plupart des auteurs ont porté leur attention sur des obstacles cylindriques en mouvement de rotation et situés à l'intérieur de cavités cylindriques coaxiales [4–8] ou immobiles et situés dans des cavités cylindriques non-coaxiales [9], ou encore immobiles en milieu infini [10, 11]. Nombre de ces travaux ont été motivés par des applications industrielles [12, 13]. Des phénomènes analogues sont signalés lors des études dynamiques et thermiques des écoulements dans des cavités cylindriques tournantes [14–16] et dans des tubes semi-circulaires immobiles lorsqu'on chauffe le plan inférieur [17] en présence d'un écoulement axial. Le plus souvent, il s'agit d'écoulements de fluides newtoniens; toutefois, on citera quelques études faisant intervenir des fluides non-newtoniens (pseudo-plastiques, polymères...) [12, 18]. Il est, par ailleurs, bien connu [19, 20], que dans un espace annulaire cylindrique, avec rotation du cylindre intérieur, en présence d'un écoulement axial, on peut mettre en évidence quatre régimes caractéristiques: laminaire, laminaire avec tourbillons de Taylor, turbulent, turbulent avec

tourbillons de Taylor. Il n'est donc pas étonnant que plusieurs auteurs se soient intéressés, tout particulièrement, aux instabilités de Taylor. Certains ne se sont préoccupés que de l'aspect dynamique [21], alors que d'autres ont pris en compte l'influence thermique sur le phénomène [3, 4, 5, 22–24].

On peut noter que malgré la multiplicité des travaux, tant anciens que récents, concernant les écoulements de ce type, rares sont les études qui prennent en compte la conduction dans l'obstacle (ou la paroi) et ses effets sur le champ thermique du fluide; on citera toutefois l'étude concernant l'écoulement visqueux non confiné autour d'un cylindre chauffé immobile d'Eckert et Shadid [11] et celle relative à la conduction axiale simultanée dans le fluide et la paroi du tube pour un écoulement convectif laminaire avec soufflage ou aspiration pariétale de Faghri et Chen [25]. On a noté aussi l'étude de l'écoulement turbulent tridimensionnel à l'intérieur d'une cavité cylindrique en rotation avec transfert de chaleur à paroi de Xia *et al.* [26] et celle de Sakakibara et Endoh [27] qui ont mis en évidence l'influence de la conduction à l'intérieur de la paroi sur le transfert de chaleur en écoulement turbulent entre plaques parallèles.

Le présent travail a pour but la modélisation numérique (dynamique et thermique) de l'écoulement confiné, à symétrie axiale d'un fluide réel autour d'un obstacle cylindro-conique coaxial chaud et animé d'un mouvement hélicoïdal. Les effets du couplage des équations de l'énergie du fluide et de conduction à l'intérieur du solide sont pris en compte lors de la détermination du champ thermique de l'écoulement et de l'obstacle. Ce travail vient compléter des études

## NOMENCLATURE

$a^*$	diamètre de la conduite, $2R^*$		axiale du vecteur vitesse
$C_p$	capacité calorifique du fluide	$u, v, w$	composantes radiale, azimutale et axiale adimensionnelles du vecteur vitesse, $u^*/w_e^*, v^*/w_e^*, w^*/w_e^*$
$d^*$	diamètre de l'orifice d'entrée, $2r_e^*$	$\mathbf{U}$	vecteur vitesse adimensionnelle
$k$	conductivité thermique	$z^*$	coordonnée axiale
$K$	rapport des conductivités thermiques, $k_s/k_f$	$z$	coordonnée axiale adimensionnelle, $z^*/a^*$
$L^*$	longueur de la conduite		
$L$	longueur de la conduite adimensionnelle, $L^*/a^*$		
$n$	normale à la paroi		
$P^*$	pression		
$P$	perturbation de pression adimensionnelle, $(P^* - P_0^*)/\rho w_e^{*2}$		
$Pe$	nombre de Peclet, $Re Pr$		
$Pr$	nombre de Prandtl, $\mu C_p/k_f$		
$Re$	nombre de Reynolds, $\rho w_e^* a^*/\mu$		
$r^*$	coordonnée radiale		
$r$	coordonnée radiale adimensionnelle, $r^*/a^*$		
$R^*$	rayon de la conduite		
$R$	rayon de la conduite adimensionnel, $R^*/a^*$		
$t^*$	temps		
$t$	temps adimensionnel, $t^* w_e^*/a^*$		
$T^*$	température		
$T$	perturbation de température adimensionnelle, $(T^* - T_0^*)/T_0^*$		
$u^*, v^*, w^*$	composantes radiale, azimutale et		

## Symboles grecs

$\alpha^*$	diffusivité thermique du solide
$\alpha$	diffusivité thermique adimensionnelle du solide, $\alpha^*/w_e^* a^*$
$\mu$	viscosité dynamique du fluide
$\rho$	masse volumique du fluide.

## Indices et exposants

e	entrée de la conduite
f	fluide
i	relatif à $z$
j	relatif à $r$
L	relatif à la sortie de la conduite
n	relatif à $t$
p	paroi du solide
s	solide
0	relatif à l'instant initial
*	relatif à une grandeur dimensionnée.

préalables isothermes [28, 29] ou avec transfert de chaleur (flux constant à la paroi ou température de paroi constante [30, 31]).

## 2. POSITION DU PROBLEME

On étudie le comportement dynamique et thermique d'un écoulement de fluide visqueux dans une conduite cylindrique autour d'un obstacle cylindro-conique chaud, en mouvement hélicoïdal. L'obstacle se déplace axialement et à contre-courant pour venir en fin de course obturer l'orifice d'arrivée du fluide (Fig. 1). La vitesse du fluide dans la section d'entrée de la

conduite est supposée constante et parallèle à l'axe. L'échange thermique entre le solide et le fluide s'effectue tout au long du mouvement. Initialement, l'obstacle immobile se trouve à une température de 400 K et le fluide est au repos à une température de 300 K, à la pression atmosphérique.

## 3. MODELE MATHEMATIQUE

Les dissipations visqueuses étant négligées, les équations de continuité, de mouvement et d'énergie du fluide s'écrivent sous la forme adimensionnelle suivante :

$$\nabla \cdot \mathbf{U} = 0$$

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \mathbf{U} \cdot \nabla \mathbf{U} = -\nabla P + \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{U}$$

$$\frac{\partial T_f}{\partial t} + (\mathbf{U} \cdot \nabla T_f) = \frac{1}{Pe} \nabla^2 T_f$$

Ce qui peut-être explicité dans le cas d'un problème à symétrie axiale et en coordonnées cylindriques de la façon suivante :

$$\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{u}{r} = 0 \quad (1)$$

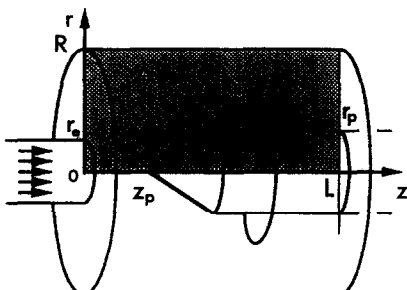


FIG. 1. Schéma général de l'étude.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} + w \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{v^2}{r} = - \frac{\partial P}{\partial r} + \frac{1}{Re} \left[ \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \frac{u}{r^2} \right] \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial r} + w \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{uv}{r} = \frac{1}{Re} \left[ \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + \frac{v}{r^2} \right] \quad (3)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial r} + w \frac{\partial w}{\partial z} = - \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{1}{Re} \left[ \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right] \quad (4)$$

$$\frac{\partial T_f}{\partial t} + u \frac{\partial T_f}{\partial r} + w \frac{\partial T_f}{\partial z} = \frac{1}{Pe} \left[ \frac{\partial^2 T_f}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_f}{\partial r} + \frac{\partial^2 T_f}{\partial z^2} \right] \quad (5)$$

La conduction de la chaleur à l'intérieur de l'obstacle est représentée par l'équation de Fourier adimensionnelle :

$$\frac{\partial T_s}{\partial t} = \alpha \Delta T_s \quad (6)$$

Le couplage des équations de l'énergie (5) et (6) se fait par la condition d'égalité des flux à travers l'interface qui s'exprime de la façon suivante :

$$\frac{\partial T_f}{\partial n} = K \frac{\partial T_s}{\partial n} \quad (7)$$

Dans ces équations,  $P$  représente la perturbation adimensionnelle de pression par rapport à la pression initiale  $P_0^*$  et  $T$  la perturbation adimensionnelle de température par rapport à la température initiale  $T_0^*$ . Les différentes variables ont été rendues adimensionnelles comme suit :

$(r, z, u, v, w, P, T, t)$

$$= \left( \frac{r^*}{a^*}, \frac{z^*}{a^*}, \frac{u^*}{w_e^*}, \frac{v^*}{w_e^*}, \frac{w^*}{w_e^*}, \frac{P^* - P_0^*}{\rho w_e^{*2}}, \frac{T^* - T_0^*}{T_0^*}, \frac{t^*}{a^*/w_e^*} \right)$$

Du fait de la symétrie du problème, le calcul est effectué dans un plan de symétrie. Le domaine de calcul est divisé en deux sous-domaines adjacents : un sous-domaine fluide et un sous-domaine solide (Fig. 1). Le sous-domaine fluide est limité par les parois de la conduite et de l'obstacle, l'axe de la conduite et deux frontières amont et aval constituées par la ligne d'entrée du fluide et une ligne d'abscisse  $z = L$ . Le sous-domaine solide est délimité par la paroi de l'obstacle, l'axe de la conduite et la ligne d'abscisse  $z = L$ . Le domaine de calcul varie au cours du temps car l'avancée de l'obstacle vers l'entrée de la conduite réduit le sous-domaine fluide alors qu'elle accroît le sous-domaine solide.

Les conditions initiales et aux limites associées aux équations sont les suivantes :

à l'instant  $t = 0$

$$u(r, z, 0) = v(r, z, 0) = w(r, z, 0) = T_f(r, z, 0) = P(r, z, 0) = 0 \text{ dans le sous-domaine fluide}$$

$$T_s(r, z, 0) = 0,33 \text{ dans le sous-domaine solide ;}$$

à l'instant  $t > 0$

à l'entrée,  $z = 0$

$$0 < r \leq r_c : u(r, 0, t) = v(r, 0, t) = 0,$$

$$w(r, 0, t) = w_e, \quad T_f(r, 0, t) = 0$$

$$r_e < r < R : u(r, 0, t) = v(r, 0, t) = w(r, 0, t) = 0,$$

$$\frac{\partial T_f}{\partial z}(r, 0, t) = 0$$

à la paroi de la cavité,  $r = R$

$$u(R, z, t) = v(R, z, t) = w(R, z, t) = 0,$$

$$\frac{\partial T_f}{\partial r}(R, z, t) = 0$$

à la paroi de l'obstacle,  $r = r_p, z = z_p$

$$u(r_p, z_p, t) = 0$$

$$v(r_p, z_p, t) = v_p \Psi(t)$$

$$w(r_p, z_p, t) = -w_p \Psi(t)$$

$$\frac{\partial T_f}{\partial n}(r_p, z_p, t) = K \frac{\partial T_s}{\partial n}(r_p, z_p, t)$$

à la sortie,  $z = L$

$$0 < r < r_p : \frac{\partial T_s}{\partial z}(r, L, t) = 0$$

$$r_p < r < R :$$

$$\frac{\partial u}{\partial z}(r, L, t) = \frac{\partial v}{\partial z}(r, L, t) = \frac{\partial w}{\partial z}(r, L, t) = \frac{\partial T_f}{\partial z}(r, L, t) = 0$$

sur l'axe,  $r = 0$

$$0 \leq z < z_p : u(0, z, t) = 0,$$

$$\frac{\partial v}{\partial r}(0, z, t) = \frac{\partial w}{\partial r}(0, z, t) = \frac{\partial T_f}{\partial r}(0, z, t) = 0$$

$$z_p \leq z \leq L : \frac{\partial T_s}{\partial r}(0, z, t) = 0.$$

La fonction  $\Psi(t)$  régit l'évolution de la vitesse de l'obstacle vers sa valeur uniforme, depuis l'instant  $t = 0$  jusqu'à l'instant  $t_0$ . Nous avons choisi une évolution linéaire satisfaisant :  $\Psi(0) = 0, \Psi(t_0) = 1$ .

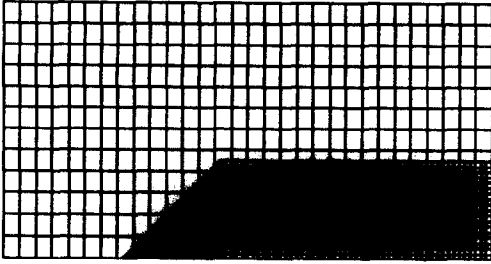


FIG. 2. Domaine d'intégration.

4. METHODE NUMERIQUE

Le maillage de chacun des sous-domaines est indiqué sur la Fig. 2. En ce qui concerne le sous-domaine fluide, à l'exception de la paroi de l'obstacle, les frontières du domaine physique coïncident avec des lignes du maillage. On notera que la partie cylindrique de la paroi de l'obstacle est située à mi-distance entre deux lignes du maillage et qu'au voisinage de sa partie conique, les mailles sont irrégulières et varient au cours du temps en raison du déplacement de l'obstacle. Le schéma de maille retenu a été détaillé dans une précédente étude [28]. Le reste du domaine est divisé en mailles carrées. Quant au sous-domaine solide, son découpage est régulier suivant  $r$  et  $z$  dans sa partie cylindrique mais irrégulier suivant ces deux directions dans la partie conique. Les limites de ce sous-domaine coïncident avec des lignes du maillage.

La méthode de résolution numérique est basée sur une discrétisation implicite des équations régissant l'écoulement et sur l'utilisation d'une procédure itérative permettant de résoudre le système algébrique non linéaire qui en résulte [32]. Les équations (1)–(5) sont discrétisées à l'aide d'un schéma de type Crank–Nicolson précis à l'ordre deux dans l'espace et dans le temps, la discrétisation spatiale utilisant la maille Marker And Cell (MAC) introduite par Harlow et Welch [33] et indiquée sur la Fig. 3. Les dérivées d'espace sont approchées par des différences centrées d'ordre 2 à l'exception des dérivées convectives dans l'équation de l'énergie du sous-domaine fluide qui sont approchées par des différences centrées du quatrième ordre. L'utilisation de cette dernière approximation

permet de minimiser l'erreur de troncature associée à ces termes convectifs devant celle des termes diffusifs [34]. Toutefois, le schéma d'ordre quatre n'étant pas suffisamment dissipatif au voisinage immédiat de la paroi de l'obstacle, certaines oscillations créées par les termes dispersifs apparaissent; le gradient de température normal à la paroi de l'obstacle a donc été approché au premier ordre.

Après discrétisation, les équations (1)–(5) peuvent s'écrire sous la forme symbolique suivante :

$$L_u(u_h, v_h, w_h, P_h) = 0$$

$$L_v(u_h, v_h, w_h, P_h) = 0$$

$$L_w(u_h, v_h, w_h, P_h) = 0$$

$$D(u_h, w_h) = 0$$

$$L_T(u_h, v_h, T_h) = 0$$

où

$$u_h = u_{i,j+1/2}^{n+1}, \quad v_h = v_{i+1/2,j+1/2}^{n+1}, \quad w_h = w_{i+1/2,j}^{n+1},$$

$$P_h = P_{i,j}^{n+1/2}, \quad T_h = T_{i+1/2,j+1/2}^{n+1}$$

sont les inconnues.

La solution itérative est obtenue par résolution du système suivant :

$$u_h^{v+1} - u_h^v + HL_u(u_h^v, v_h^v, w_h^v, P_h^v) = 0 \quad (8a)$$

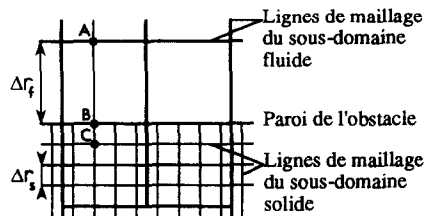
$$v_h^{v+1} - v_h^v + HL_v(u_h^{v+1}, v_h^v, w_h^v, P_h^v) = 0 \quad (8b)$$

$$w_h^{v+1} - w_h^v + HL_w(u_h^{v+1}, w_h^v, P_h^v) = 0 \quad (8c)$$

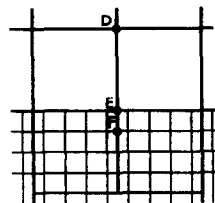
$$P_h^{v+1} - P_h^v + MD(u_h^{v+1}, w_h^{v+1}) = 0 \quad (8d)$$

$$T_h^{v+1} - T_h^v + HL_T(u_h^{v+1}, w_h^{v+1}, T_h^v) = 0 \quad (9)$$

où  $v$  est l'indice d'itération,  $H$  et  $M$  sont les paramètres assurant la convergence du processus itératif; leur



-a-



-b-

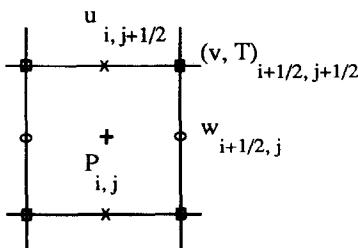


FIG. 3. Structure de la cellule de MAC.

FIG. 4. Distributions des points au voisinage de la paroi de l'obstacle utilisés pour la condition d'interface.

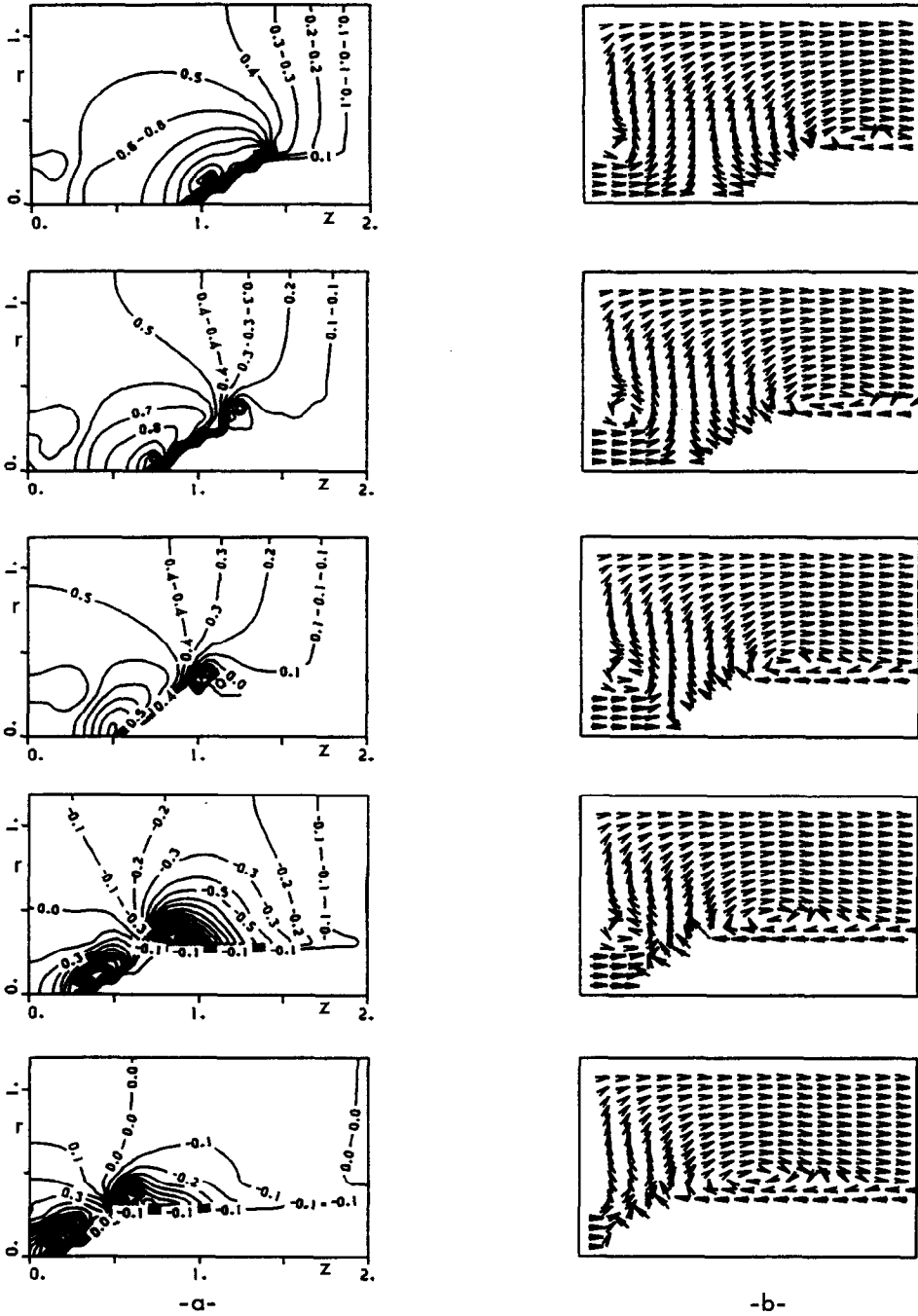


Fig. 5. Configurations d'isobares relatives (a), champ des vitesses (b) et configurations d'isothermes (c) pour  $w_p = -1$  et  $v_p = 2$  à différents instants (de haut en bas :  $t = t_1, t = t_2 = 2t_1, t = t_3 = 3t_1, t = t_4 = 4t_1, t = t_5 = 5t_1$ ).

valeur, qui dépend du cas traité, est déterminée par des tests numériques.

En ce qui concerne l'équation de conduction dans l'obstacle (6), une méthode ADI est utilisée conduisant à un système linéaire de matrice tridiagonale résolu par la méthode de Thomas [35].

Les différentes grandeurs de l'écoulement  $u_h, v_h, w_h,$

$P_h$  et  $T_h$  et la température de l'obstacle  $T_s$  dans le sous-domaine solide à l'instant  $n+1$  sont déterminées au moyen de la procédure suivante :

- (1) Calcul du champ dynamique à l'instant  $n+1$  par la résolution du système (8).
- (2) Calcul du champ thermique de l'obstacle par la

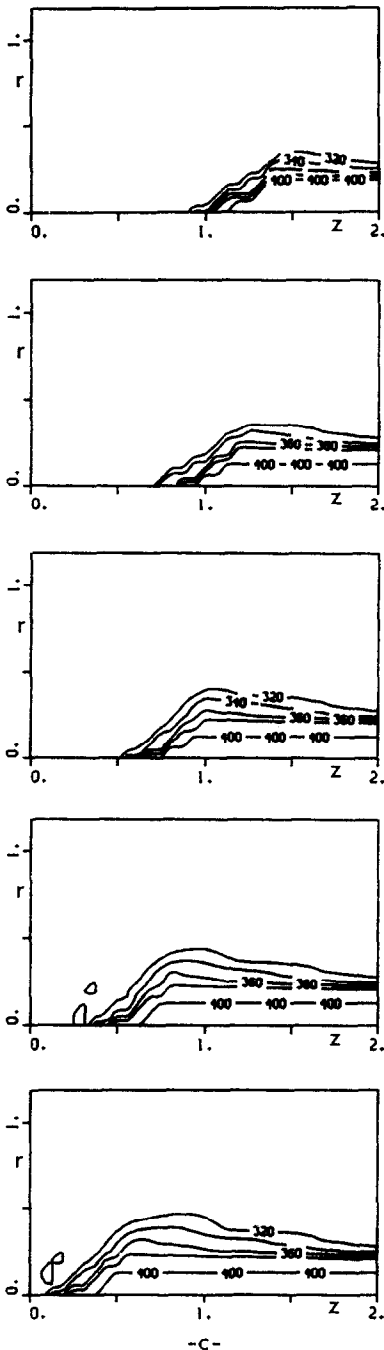


FIG. 5(c).

résolution de l'équation (6) en utilisant la condition d'interface (7) discrétisée de la façon suivante :

$$T_B^{n+1} = \frac{T_A^n + K\delta T_C^{n+1}}{1 + K\delta} \quad \text{avec} \quad \delta = \frac{\Delta r_f}{\Delta r_s}$$

comme condition à la limite implicite,  $T_A$ ,  $T_B$  et  $T_C$  étant respectivement les températures aux points A, B et C indiqués sur la Fig. 4(a).

(3) Calcul du champ thermique de l'écoulement par la résolution de l'équation (9) en utilisant la condition d'interface discrétisée au premier ordre sur une maille recouvrant l'interface de la façon suivante :

$$T_D^{n+1} = T_E^{n+1} + K\delta(T_E^{n+1} - T_F^{n+1})$$

pour le traitement des points situés au voisinage immédiat de la paroi de l'obstacle.  $T_D$ ,  $T_E$  et  $T_F$  étant respectivement les températures aux points D, E et F indiqués sur la Fig. 4(b).

5. RESULTATS ET DISCUSSION

Sur la Fig. 5, on a représenté l'évolution du régime transitoire dans un des cas les plus significatifs :  $w_p = -1$ ,  $v_p = 2$ ,  $K = 10^{-2}$ . On a tracé pour cela les configurations d'isobares relatives, d'isothermes ainsi que les champs de vitesses à différents instants ( $t_1$ ,  $t_2 = 2t_1, \dots, t_5 = 5t_1$ ), dans un plan de symétrie du domaine étudié.

5.1. Le champ dynamique

5.1.1. *Domaine de validité du calcul.* L'étude du comportement dynamique de l'écoulement, en dehors de tout transfert de chaleur, a fait l'objet de travaux antérieurs [28, 29]; en particulier, différentes vitesses de rotation de l'obstacle ont été envisagées. Un domaine de variation acceptable de la vitesse de rotation a pu ainsi être délimité et ce, pour chaque valeur de la vitesse de translation. Pour un nombre de Reynolds de l'écoulement égal à 250, on a trouvé pour le cas où  $w_p = -1$ , une vitesse limite de rotation  $v_p$  égale à 4. Au delà l'intensité des instabilités dynamiques devient telle que le calcul diverge. Ceci est à rapprocher des constatations similaires faites par différents auteurs lors de la transition vers le régime turbulent. En particulier, Mackrodt [21] et Owen et Pincombe [15] ont mis en évidence que lors de la superposition d'un écoulement axial à un mouvement de rotation d'un obstacle, des instabilités dans les zones tourbillonnaires apparaissaient pour des nombres de Rossby compris entre 1 et 0,3; Or le cas signalé ci-dessus correspond à un nombre de Rossby égal à 0,25, c'est-à-dire à une valeur pour laquelle les tourbillons deviennent très instables. Il est à noter que le schéma numérique utilisé, en théorie inconditionnellement stable de par son caractère implicite, peut s'avérer insuffisamment dissipatif pour des nombres de Rossby faibles et induire des instabilités d'origine purement numériques.

5.1.2. *Le champ des pressions.* Dès les premiers instants de la mise en mouvement de l'obstacle, on note la présence d'une zone de surpression relative dont l'intensité est maximale au voisinage du sommet du cône, et qui s'étend en amont de la paroi conique. Dès  $t = t_2$ , une zone de dépression relative prend place à l'entrée de la partie annulaire de l'écoulement. Au cours du temps, ces zones persistent et les gradients de pression s'y renforcent. Par ailleurs, l'intensité de la surpression et de la dépression relatives est d'autant

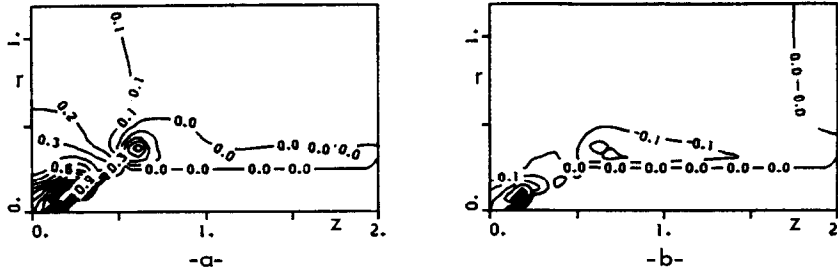


FIG. 6. Configurations d'isobares relatives pour : (a)  $w_p = -1$  et  $v_p = 0,8$  à  $t = t_s$ ; (b)  $w_p = -0,2$  et  $v_p = 0,8$  à  $t = t_s^* = 5t_s$ .

plus grande que la pénétration de l'obstacle est rapide, ainsi que le montre la comparaison des Figs. 6(a) et (b) représentant respectivement les configurations d'isobares relatives dans le cas  $w_p = -1$ ,  $v_p = 0,8$  et le cas  $w_p = -0,2$ ,  $v_p = 0,8$  à des instants différents ( $t_s$  et  $t_s^* = 5t_s$ ) correspondant à la même position de l'obstacle dans la conduite.

### 5.1.3. Le champ des vitesses.

(a) *Généralités.* L'examen du champ des vitesses (Fig. 5), fait apparaître, initialement trois zones d'écoulement distinctes :

(i) la première, près de l'entrée de la conduite, où un effet d'engorgement de l'écoulement d'arrivée, provoque la naissance d'un tourbillon ;

(ii) la seconde, centrale, englobant le voisinage de la paroi conique, où l'écoulement tend à s'organiser normalement à celle-ci (sous l'effet des gradients de pression) ;

(iii) la troisième, correspondant à la partie annulaire de l'écoulement où une zone tourbillonnaire se développe peu à peu sous l'effet conjugué de la dépression relative et du cisaillement de l'écoulement au voisinage de la paroi cylindrique de l'obstacle.

Au fur et à mesure que l'obstacle avance dans la conduite, la zone centrale se réduit et vient se superposer à la zone d'entrée. De plus, on note, dans les derniers instants, la disparition de la structure tourbillonnaire proche de l'entrée. Ce phénomène se produit lorsque la progression de l'obstacle se fait à vitesse élevée ( $w_p = -1$ ) alors que pour de faibles vitesses ( $w_p = -0,2$ ), ce tourbillon demeure, comme le révèle l'analyse comparative des Figs. 7(a) et (b). Ceci peut s'expliquer par la difficulté qu'a l'écoulement à s'inverser près de l'entrée lorsqu'il est fortement canalisé par l'avancée rapide de l'obstacle. La vitesse de rotation influe peu sur le champ de vitesse dans la région proche de l'entrée puisque pour  $w_p = -0,2$  en l'absence de rotation (Fig. 7(c)), il offre le même aspect que pour  $v_p = 0,8$  (Fig. 7(b)). Toutefois, son influence est perceptible d'une part dans la partie annulaire où elle a pour effet d'éloigner de la paroi le centre de la zone tourbillonnaire et d'autre part au voisinage de la paroi supérieure de la cavité

où elle a un effet stabilisant sur l'écoulement ; on constate en particulier la disparition des deux zones tourbillonnaires visibles sur la Fig. 7(c).

(b) *L'espace annulaire—étude des composantes de la vitesse.* La Fig. 8 représente les profils radiaux des composantes de la vitesse à différentes sections dans l'espace annulaire pour  $w_p = -1$ ,  $v_p = 0$  et  $w_p = -1$ ,

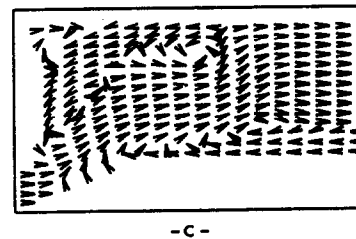
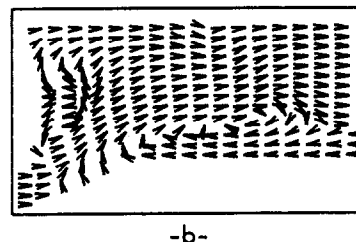
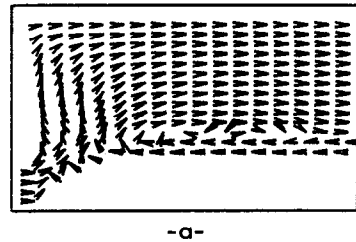


FIG. 7. Champ des vitesses pour : (a)  $w_p = -1$  et  $v_p = 0,8$  à  $t = t_s$ ; (b)  $w_p = -0,2$  et  $v_p = 0,8$  à  $t = t_s^* = 5t_s$ ; (c)  $w_p = -0,2$  et  $v_p = 0$  à  $t = t_s^* = 5t_s$ .

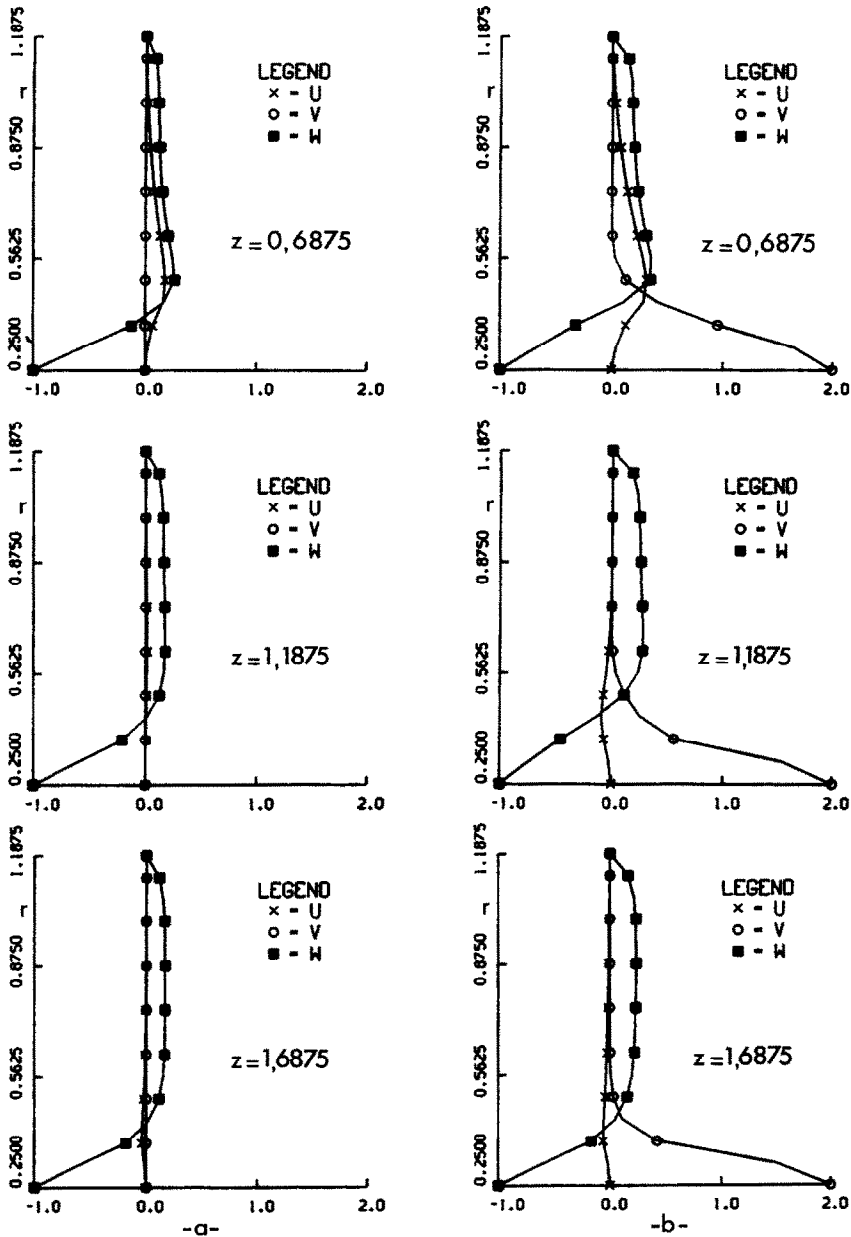


FIG. 8. Profils radiaux des composantes de la vitesse à différentes sections dans l'espace annulaire à  $t = t_s$  pour: (a)  $w_p = -1$  et  $v_p = 0$ ; (b)  $w_p = -1$  et  $v_p = 2$ .

$v_p = 2$ . L'allure perturbée de ces profils où des points d'inflexion peuvent apparaître résulte de la présence de tourbillons et de zones de renversement d'écoulement. On remarque en comparant les Figs. 8(a) et (b) que la mise en rotation de l'obstacle a pour effet d'accentuer la déformation de ces profils. On remarque également un changement de signe de la composante radiale lorsqu'on s'éloigne de la section d'entrée. Quand la vitesse de rotation de l'obstacle est nulle (Fig. 8(a)), la composante radiale est positive (centrifuge) pour  $z = 0,6875$  et  $1,1875$  puis négative (centripète) pour  $z = 1,6875$ . Ce phénomène est net-

tement plus marqué pour un obstacle animé d'un mouvement de rotation et le changement de signe apparaît dès  $z = 1,1875$  (Fig. 8(b)).

## 5.2. Le champ thermique

### 5.2.1. Influence de la vitesse de translation de l'obstacle ( $w_p$ ).

Du fait de la pénétration de l'obstacle dans la conduite, la surface de la paroi concernée par l'échange thermique avec l'écoulement, augmente au cours du temps. Pour des vitesses de translation différentes, on peut comparer les configurations d'isothermes de deux façons: soit aux mêmes instants,



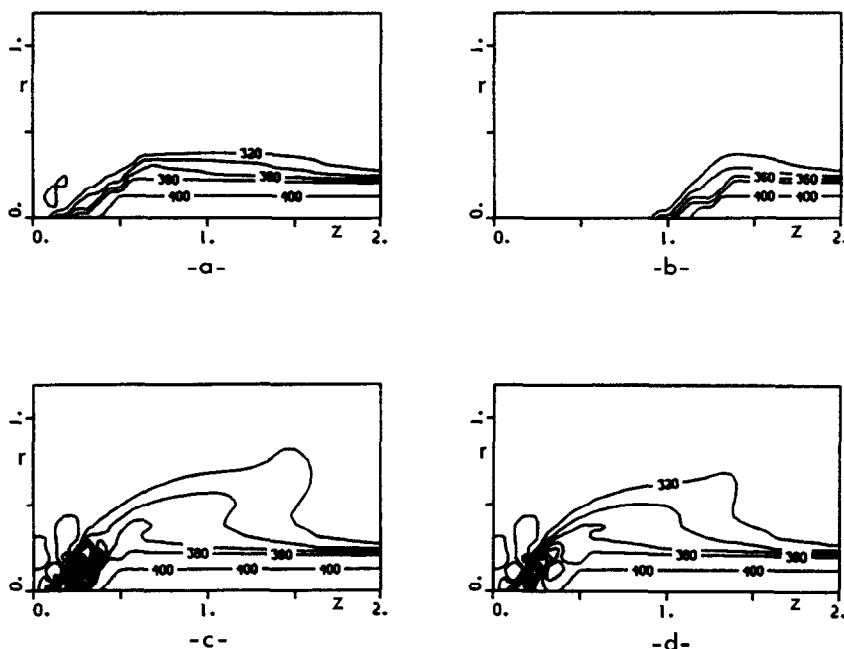


FIG. 9. Configurations d'isothermes pour: (a)  $w_p = -1$  et  $v_p = 0,8$  à  $t = t_5$ ; (b)  $w_p = -0,2$  et  $v_p = 0,8$  à  $t = t_1^* = t_5$ ; (c)  $w_p = -0,2$  et  $v_p = 0,8$  à  $t = t_3^*$ ; (d)  $w_p = -0,2$  et  $v_p = 0,4$  à  $t = t_5^* = 5t_5$ .

soit à des instants différents pour une même position de l'obstacle. Dans le premier cas, on constate évidemment une zone d'écoulement chauffé d'autant plus grande que  $w_p$  est grand (Figs. 9(a) et (b)). Dans le second cas (Figs. 9(a) et (c)), la zone d'écoulement chauffé est beaucoup plus grande pour  $w_p$  faible puisqu'alors la durée de l'échange thermique est plus grande.

5.2.2. *Influence de la vitesse de rotation de l'obstacle ( $v_p$ ).* On vérifie que le transfert de chaleur entre l'obstacle et le fluide est favorisé par l'augmentation de la vitesse de rotation, en comparant par exemple au même instant ( $t = t_5$ ) la configuration d'isothermes de la Fig. 5 ( $w_p = -1$ ,  $w_p = 2$ ) avec celle de la Fig. 9(a); de ce fait, la zone d'écoulement concernée de façon notable par le transfert de chaleur est d'autant plus étendue que la vitesse de rotation  $v_p$  est grande. En particulier, on notera en comparant les Figs. 9(c) et (d) que le développement de l'isotherme 320 K dans la partie annulaire est nettement favorisé par l'augmentation de la vitesse de rotation et traduit, par une déformation plus accentuée de cette isotherme, le renforcement de la convection. Ce phénomène est lié d'une part, à l'éloignement de l'obstacle du coeur de la zone tourbillonnaire quand la vitesse de rotation augmente et d'autre part, aux effets de recirculation d'autant plus intenses que  $v_p$  est grande. Par ailleurs, on remarquera, en comparant les Figs. 10(a) et (b), la déformation accrue des profils radiaux de température en fonction de la vitesse de rotation  $v_p$ ; cela correspond au fait que, dans une section droite, la température de l'écoulement n'est pas une fonction monotone décroissante de l'abscisse radiale, et qu'en particulier dans la zone tourbillonnaire de l'espace

annulaire, le gradient de température peut changer de signe. Ces profils sont à rapprocher des profils monotones obtenus pour une vitesse de rotation nulle (Fig. 10(c)). Cette influence de la vitesse de rotation sur le profil radial de température est conforme aux résultats expérimentaux d'Hudson *et al.* [14]. Lorsque le gradient de température change de signe, certaines isothermes peuvent présenter des points de brisure. Ce phénomène s'accroissant avec la vitesse de rotation conduit à un problème dont la raideur peut mettre localement en défaut le calcul de la température.

5.2.3. *Influence du rapport  $K$ .* Dans tout échange thermique entre une paroi et un fluide on sait que le paramètre  $K$  est un paramètre sensible. Lorsque  $K$  est grand (par exemple  $K = 10^3$ , Fig. 11(a)) cela signifie que le solide est 'bon' conducteur par rapport à un fluide 'mauvais' conducteur. Dans ces conditions la température du solide peut rester sensiblement constante, et on rejoint le cas d'une température constante à la paroi (Fig. 11(b)). Par contre, pour de faibles valeurs de  $K$  (par exemple  $K = 10^{-2}$ , Fig. 11(c)), le même type de raisonnement permet de s'attendre pour le champ thermique de l'écoulement à des aspects qualitativement comparables au cas d'un flux constant à la paroi (Fig. 11(d)); dans ce dernier cas, on notera néanmoins une très grande différence pour le champ thermique à l'intérieur de l'obstacle. Des considérations similaires ont été faites par Faghri et Chen [25] et Sakakibara et Endoh [27].

L'analyse comparative des Figs. 11–13 indique que l'approche asymptotique de la solution avec couplage pour  $K = 10^3$  vers le cas d'une température pariétale constante est très satisfaisante et ce, quelle soit la vitesse de l'obstacle, alors que l'approche asymptotique

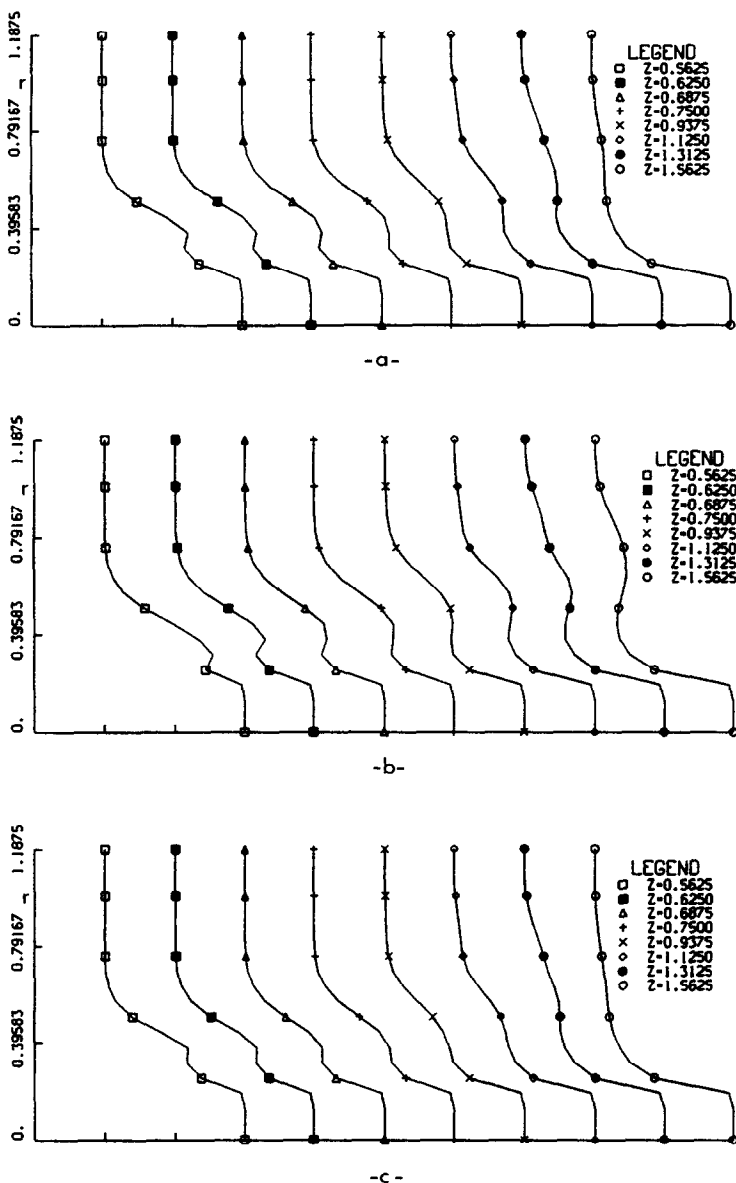


FIG. 10. Evolution axiale des profils radiaux de température dans des sections relatives à la partie cylindrique du solide à  $t = t_s^* = 5t_s$  pour : (a)  $w_p = -0,2$  et  $v_p = 0,4$ ; (b)  $w_p = -0,2$  et  $v_p = 0,8$ ; (c)  $w_p = -0,2$  et  $v_p = 0$  (chaque courbe a été décalée par rapport à la précédente d'une quantité constante  $\Delta T = 100$  K).

tique de la solution avec couplage pour  $K = 10^{-2}$  vers le cas classique de flux constant à la paroi se vérifie d'autant mieux que la vitesse de rotation est faible.

## 6. CONCLUSION

Une modélisation numérique des champs dynamique et thermique dans le cas d'un obstacle cylindro-conique en mouvement hélicoïdal, à contre courant d'un écoulement de fluide visqueux en conduite est proposée. La modélisation est bidimensionnelle, à symétrie axiale et permet l'étude des régimes

transitoires pour des nombres de Rossby supérieurs à 0,25. Parmi les résultats les plus notables, on citera :

- (i) que, pour de faibles vitesses de translation de l'obstacle, la complexité de l'écoulement est d'autant plus grande que la vitesse de rotation est faible ;
- (ii) l'influence de la vitesse de rotation de l'obstacle sur l'extension du domaine fluide concerné par le transfert de chaleur ;
- (iii) la nécessité de prendre en compte la conduction à l'intérieur de l'obstacle pour des valeurs de  $K$  comprises entre  $10^{-2}$  et  $10^3$ .

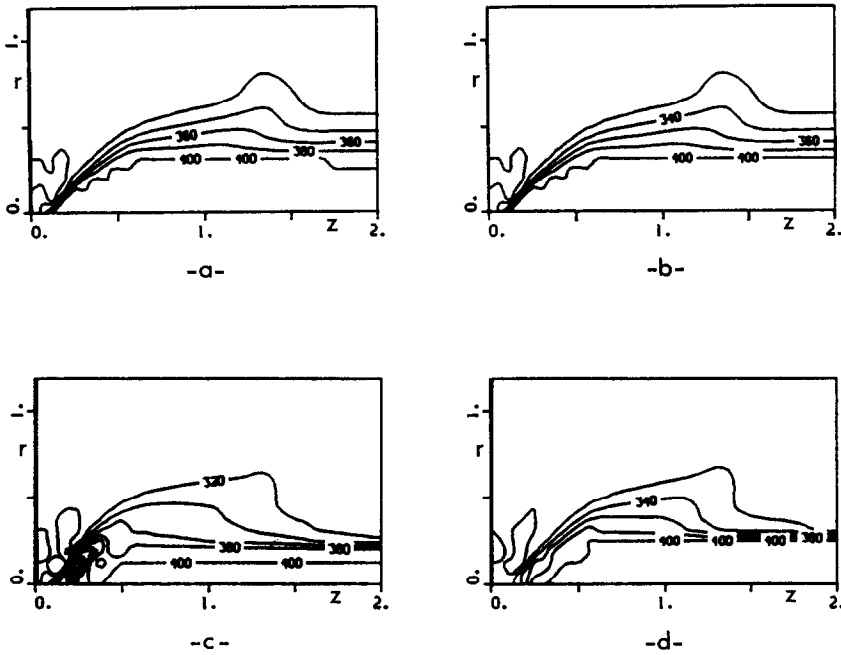


FIG. 11. Configurations d'isothermes correspondant aux cas : (a) avec couplage,  $K = 10^3$ ; (b) température de paroi de l'obstacle constante; (c) avec couplage,  $K = 10^{-2}$ ; (d) flux thermique à la paroi de l'obstacle constant, pour  $w_p = -0,2$  et  $v_p = 0$  à  $t = t_3^* = 5t_5$ .

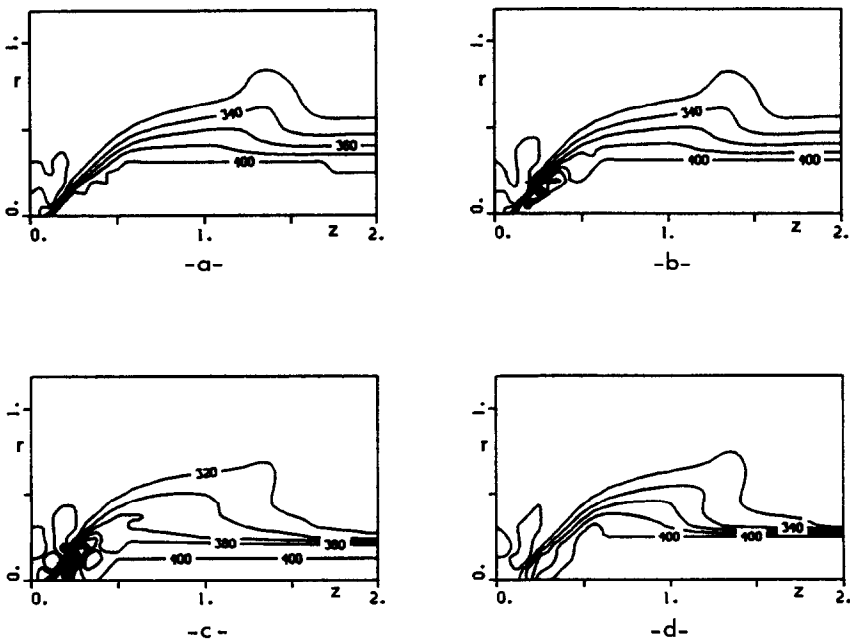


FIG. 12. Configurations d'isothermes correspondant aux cas : (a) avec couplage,  $K = 10^3$ ; (b) température de paroi de l'obstacle constante; (c) avec couplage,  $K = 10^{-2}$ ; (d) flux thermique à la paroi de l'obstacle constant, pour  $w_p = -0,2$  et  $v_p = 0,4$  à  $t = t_3^* = 5t_5$ .

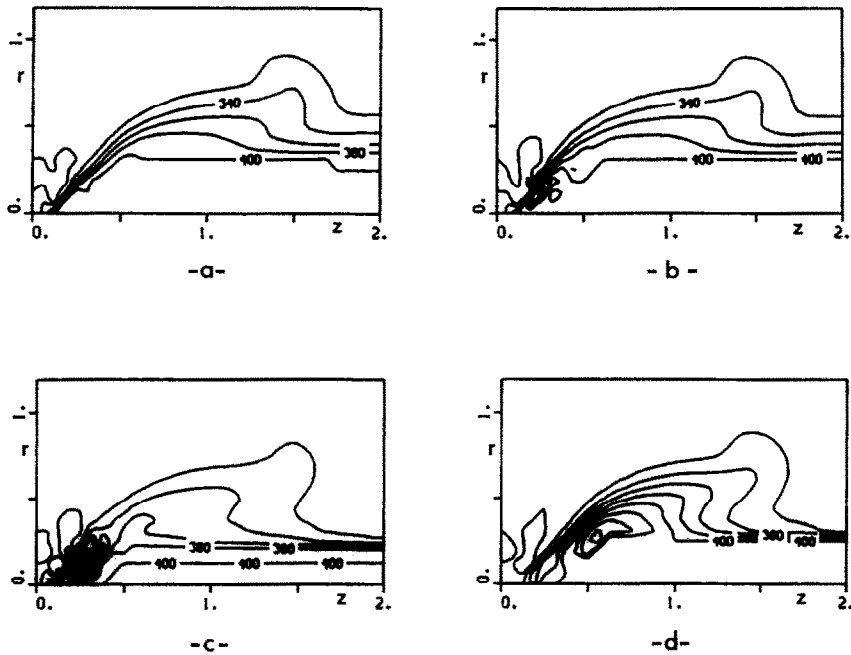


FIG. 13. Configurations d'isothermes correspondant aux cas : (a) avec couplage,  $K = 10^3$ ; (b) température de paroi de l'obstacle constante; (c) avec couplage,  $K = 10^{-2}$ ; (d) flux thermique à la paroi de l'obstacle constant, pour  $w_p = -0,2$  et  $v_p = 0,8$  à  $t = t_s^* = 5t_s$ .

### BIBLIOGRAPHIE

- O. Terhmina et A. Mojtabi, Ecoulement de convection forcée en régimes dynamique et thermique non établis dans un espace annulaire, *Int. J. Heat Mass Transfer* **31**, 583–590 (1988).
- R. M. Manglick and A. E. Bergles, Laminar flow heat transfer in a semi circular tube with uniform wall temperature, *Int. J. Heat Mass Transfer* **31**, 625–636 (1988).
- B. B. Rogers and L. S. Yao, The effect of mixed convection instability on heat transfer in a vertical annulus, *Int. J. Heat Mass Transfer* **33**, 79–90 (1990).
- S. A. Korpela and V. S. Arpacı, Stability of natural convection in a narrow rotating annulus, *J. Fluid Mech.* **75**, 385–399 (1976).
- M. A. I. El Shaarawi and A. Sarhan, Combined forced free laminar convection in the entry region of a vertical annulus with a rotating inner cylinder, *Int. J. Heat Mass Transfer* **25**, 175–186 (1982).
- Y. N. Lee and W. J. Minkowycz, Heat transfer characteristics of the annulus of two coaxial cylinders with one cylinder rotating, *Int. J. Heat Mass Transfer* **32**, 711–722 (1989).
- K. S. Ball, B. Farouk and V. C. Dixit, An experimental study of heat transfer in a vertical annulus with a rotating inner cylinder, *Int. J. Heat Mass Transfer* **32**, 1517–1527 (1989).
- A. Cheddadi, J. P. Caltagirone and A. Mojtabi, An experimental and numerical convection in horizontal cylindrical annuli, *Proc. Numer. Meth. in Laminar and Turbulent Flow*, Vol. 6, Part 2, pp. 1157–1166 (1989).
- E. E. Feldmann, R. W. Hornbeck and J. F. Osterle, A numerical solution of a developing temperature for laminar developing flow in eccentric annular ducts, *Int. J. Heat Mass Transfer* **25**, 243–253 (1982).
- C. T. Aplet and M. A. Ledwich, Heat transfer in transient and unsteady flow past a heated circular cylinder in the range  $1 \leq R \leq 40$ , *J. Fluid Mech.* **95**, 761–777 (1979).
- E. R. G. Eckert and J. N. Shadid, Viscous heating of a cylinder with finite length by a high viscosity fluid in steady longitudinal flow—I. Newtonian fluids, *Int. J. Heat Mass Transfer* **32**, 321–334 (1989).
- C. Nouar, R. Devienne et M. Lebouche, Convection thermique pour l'écoulement de Couette avec débit axial: cas d'un fluide pseudo-plastique, *Int. J. Heat Mass Transfer* **30**, 639–647 (1987).
- Y. Mochimaru, Natural and forced convection from a horizontal circular cylinder to liquid metals, *Proc. Numer. Meth. in Laminar and Turbulent Flow*, Vol. 6, Part 2, pp. 1207–1215 (1989).
- J. L. Hudson, D. Tang and S. Abell, Experiments on centrifugally driven thermal convection in a rotating cylinder, *J. Fluid Mech.* **86**, 147–159 (1978).
- J. M. Owen and J. R. Pincombe, Velocity measurements inside a rotating cylindrical cavity with a radial outflow of fluid, *J. Fluid Mech.* **99**, 111–127 (1980).
- J. W. Chew, J. M. Owen and J. R. Pincombe, Numerical predictions for laminar source-sink flow in a rotating cylindrical cavity, *J. Fluid Mech.* **143**, 451–466 (1989).
- R. M. Manglick and A. E. Bergles, Laminar flow heat transfer in a semi circular tube with uniform wall temperature, *Int. J. Heat Mass Transfer* **31**, 625–636 (1988).
- S. Wronski and M. Jastrzebski, Mass transfer in the spiral flow of a pseudo plastic liquid, *Int. J. Heat Mass Transfer* **33**, 1–7 (1990).
- J. Legrand et F. Coeuret, Transfert de matière global liquide-paroi pour des écoulements associant tourbillons de Taylor et circulation axiale forcée, *Int. J. Heat Mass Transfer* **25**, 345–351 (1982).
- J. Kaye and E. C. Elgar, Modes of adiabatic and diabatic fluid flow in an annulus with an inner rotating cylinder, *Trans. ASME* **80**, 753 (1958).
- P. A. Mackrodt, Stability of Hagen–Poiseuille flow with superimposed rigid rotation, *J. Fluid Mech.* **73**, 153–164 (1976).
- D. A. Simmers and J. E. R. Coney, A Reynolds analogy solution for the heat transfer characteristics of combined

- Taylor vortex and axial flows, *Int. J. Heat Mass Transfer* **22**, 679–689 (1979).
23. P. G. Daniels, The effect of centrifugal acceleration on axisymmetric convection in a shallow rotating cylinder of annulus, *J. Fluid Mech.* **99**, 65–84 (1980).
  24. D. B. Fant, Natural convective flow instability between horizontal concentric cylinders, *Proc. Numer. Meth. in Laminar and Turbulent Flow*, Vol. 6, Part 2, pp. 1047–1065 (1989).
  25. A. Faghri and M. M. Chen, Simultaneous axial conduction in the fluid and the pipe wall for forced convective laminar flow with blowing and suction at the wall, *Int. J. Heat Mass Transfer* **32**, 281–288 (1989).
  26. J. Y. Xia, C. Taylor and J. O. Medwell, Prediction of 3-D turbulent flows and heat transfer in a coupled solid fluid system, *Proc. Numer. Meth. in Laminar and Turbulent Flow*, Vol. 6, Part 2, pp. 1265–1275 (1989).
  27. M. Sakakibara and K. Endoh, Effect of conduction in wall on heat transfer with turbulent flow between parallel plates, *Int. J. Heat Mass Transfer* **20**, 507–516 (1977).
  28. A. Ghezal et J. C. Loraud, Ecoulement confiné d'un fluide visqueux autour d'un obstacle cylindro-conique, *Mech. Res. Commun.* **11**, 83–89 (1984).
  29. A. Ghezal, B. Porterie et J. C. Loraud, Ecoulement confiné d'un fluide visqueux autour d'un obstacle cylindro-conique en mouvement hélicoïdal, *Mech. Res. Commun.* **16**, 183–189 (1989).
  30. A. Ghezal, B. Porterie et J. C. Loraud, Transfert de chaleur d'un obstacle en mouvement hélicoïdal dans un écoulement confiné, *Proc. 2ème Colloque Maghrébin sur les Modèles Numériques de l'Ingénieur*, Vol. 2, pp. 63–68 (1989).
  31. A. Ghezal, B. Porterie et J. C. Loraud, Echange thermique d'un corps chauffé en écoulement visqueux incompressible, *Proc. 4th Int. Meeting on Heat Transfer* (1989).
  32. M. Fortin, R. Peyret et R. Temam, Résolution numérique des équations de Navier–Stokes pour un fluide incompressible, *J. Mécanique* **10**, 357 (1971).
  33. F. H. Harlow and J. E. Welch, Numerical calculation of time dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface, *Physics Fluids* **8**, 2182–2189 (1965).
  34. R. Peyret, Unsteady evolution of horizontal jet in a stratified fluid, *J. Fluid Mech.* **78**, (1976).
  35. D. A. Anderson, J. C. Tannehill and R. H. Pletcher, *Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer*, p. 99. Hemisphere, New York (1984).

#### HEAT TRANSFER MODELLING BETWEEN A HELICAL-MOVING BODY AND A CONFINED VISCOUS FLOW

**Abstract**—Investigations are made of the heat transfer between a cylindrical cone-ended body driven by a helical motion along the symmetry axis of a cylindrical duct and an oncoming flow. An ADI scheme is used to solve the heat equation inside the body. Dynamic and thermal flow fields are obtained by using an implicit finite-difference scheme of the Crank–Nicolson type. The values of the Reynolds and Prandtl numbers used here are  $Re = 250$  and  $Pr = 0.7$ . Flow properties are assumed to be constant. Dynamic effects on heat transfer are studied with respect to the body velocity. The asymptotical approach of the solutions obtained for the values of the ratio  $K$  of the solid thermal conductivity to that of the fluid of  $10^3$  and  $10^{-2}$  to the cases of constant temperature and constant heat flux at the body surface is discussed. Satisfactory agreement is obtained between the present numerical results and other experimental and numerical studies.

#### WÄRMEÜBERGANGSMODELLE FÜR EINEN SPIRALFORMIG BEWEGTEN KÖRPER IN EINER BESCHRÄNKTEN, ZÄHFLÜSSIGEN STRÖMUNG

**Zusammenfassung**—Es wird der Wärmeübergang von einem zylindrischen Körper mit kegelförmiger Spitze, der entlang der Symmetrieachse eines zylindrischen Kanals spiralförmig bewegt wird, an eine entgegenkommende Strömung untersucht. Zur Lösung der Wärmeleitgleichung innerhalb des Körpers wird ein ADI-Verfahren verwendet. Mit einem impliziten Finite-Differenzenverfahren nach Crank–Nicholson werden die Strömungs- und Temperaturfelder berechnet. Für die Reynolds- und Prandtl-Zahl werden die Werte  $Re = 250$  und  $Pr = 0,7$  verwendet. Die Strömungseigenschaften werden als konstant angenommen. Die dynamischen Einflüsse auf den Wärmeübergang werden abhängig von der Geschwindigkeit des Körpers untersucht. Es wird die asymptotische Näherung der Lösungen besprochen, die man für Werte des Verhältnisses der Wärmeleitfähigkeit des Feststoffes zu der Flüssigkeit zwischen  $10^3$  und  $10^{-2}$  im Falle konstanter Temperatur und konstanter Wärmestromdichte an der Körperoberfläche erhält. Die Übereinstimmung zwischen diesen numerischen Ergebnissen und anderen experimentellen und numerischen Untersuchungen ist zufriedenstellend.

#### МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОПЕРЕНОСА МЕЖДУ ДВИЖУЩИМСЯ ПО СПИРАЛИ ТЕЛОМ И ОГРАНИЧЕННЫМ ВЯЗКИМ ПОТОКОМ

**Аннотация**—Исследуется теплоперенос между цилиндрическим телом с конусообразными торцами, движущимся по спирали вдоль оси симметрии цилиндрического канала, и встречным потоком. Для решения уравнения теплопроводности внутри тела применяется неявная схема переменных направлений. Динамические и тепловые поля течения определяются при помощи неявной конечно-разностной схемы Кранка–Николсона. Используются значения чисел Рейнольдса и Прандтля, составляющие  $Re = 250$  и  $Pr = 0,7$ . Предполагается, что свойства потока постоянны. Исследуется динамическое влияние на теплоперенос. Обсуждается применение асимптотических решений, полученных для значений отношения теплопроводностей твердого тела и жидкости, равных  $10^3$  и  $10^{-2}$ , к случаям с постоянной температурой и постоянным тепловым потоком на поверхности тела. Получено удовлетворительное согласие между численными результатами данного исследования и другими экспериментальными и численными результатами.